MATHEMATIQUES 2

Option Economique

Laurent MAZLIAK

Le problème proposait une introduction à certaines notions de base de fiabilité des systèmes. Il était composé de trois parties. La première revenait sur des propriétés fondamentales de la loi exponentielle. La deuxième introduisait le vocabulaire et un certain nombre d'outils de description de la durée de vie d'un système, ainsi que quelques exemples importants de lois pour ces durées. Enfin, la troisième partie présentait le cas spécifique de temps de panne répartis suivant un processus de Poisson.
L'étalement relativement large des notes a montré que l'épreuve a été raisonnablement discriminante. Si l'on peut déplorer d'assez nombreuses copies de niveau très faible, il y a aussi eu un nombre conséquent de bonnes ou très bonnes copies qui révélaient qu'un candidat appliqué pouvait tout à fait tirer son épingle du jeu et finir l'épreuve de façon satisfaisante.

Le choix avait été fait d'assez systématiquement fournir pour chaque question la réponse afin de permettre aux candidats d'avancer dans le problème même s'ils ne résolvaient pas la question. Malheureusement, il est à observer que cela a incité de trop nombreux candidats à faire souvent preuve de malhonnêteté afin de trouver à toute force la solution proposée, au prix d'un aveuglement ou d'une mauvaise foi regrettables. Dans de trop nombreuses copies, des inégalités changent de sens, des termes apparaissent spontanément etc au moment où le candidat juge que cela l'arrange. Il y a un léger parfum de "plus c'est gros plus ça passe", qui évidemment (est-il besoin de le préciser !) ne paye pas et même a sérieusement tendance à exaspérer le correcteur. Il serait bon que les candidats en prennent mieux conscience.

Le cours, quand il avait besoin d'être exploité, semble connu souvent de façon satisfaisante. C'est le cas en particulier dans la première partie, traitée d'une manière acceptable dans de nombreuses copies, à part la question 2b) où il s'agissait de montrer que la propriété conditionnelle caractérisait la loi exponentielle. C'est avec beaucoup de surprise que nous avons vu dans beaucoup de copies les candidats reprendre absurdement l'hypothèse que X suivait une loi exponentielle et arriver à la conclusion qu'effectivement X suivait une loi exponentielle. Le cercle vicieux n'était jamais repéré, révélant un manque de réflexion élémentaire sur le sens de la question traitée et sans doute un sujet trop lu dans la précipitation. Personne n'a réussi à résoudre la question 2)b)ii où il s'agissait d'établir l'équation différentielle. Notons aussi le nombre important de copies qui affirment sans vergogne que $E(X^n) = E(X)^n$. Une conséquence impressionnante était d'obtenir une expression différente pour la variance que celle rappelée par les candidats eux même au tout début de leur copie, ce qui n'a pas eu l'air de les troubler outre mesure !

La partie II a été très inégalement traitée, alors qu'elle comportait beaucoup de questions très faciles. Une seule question était réellement très difficile, la question 4b) établissant la limite de v à l'infini, qui semble n'avoir été traitée que par un candidat. Si les candidats ont en général repéré que la limite du taux d'accroissement revient à la définition de la dérivée, il y a eu un peu trop de cafouillages dans les calculs (notamment dans les signes) dont ils se tiraient souvent par des malhonnêtetés. La question 5) a été

relativement bien faite comme attendu, et le léger abus (volontaire) de définition pour T_t (qu'il aurait fallu en toute rigueur prolonger sur l'événement $T < t$) ne semble guère avoir perturbé les candidats. La question 6 a été raisonnablement traitée, mais quelques candidats n'ont pas fait le lien avec les résultats de la partie 1 et ont refait les calculs. Les questions 7 et 8 par contre ont été souvent mal faites, ou non abordées par des candidats sans doute un peu effrayés par une complexité des lois de Weibull et Erlang qui n'était qu'apparente.

La partie III a été très peu abordée dans l'ensemble, et en général très mal traitée par ceux qui s'y lançaient, en dehors de la question 1a) où l'application du théorème de transfert était en général repérée, mais souvent sans que la question de la convergence de la série (et donc de l'existence de l'espérance, bien que demandée) ne soit traitée. La question 1b) s'est en général soldée par une affirmation d'indépendance de N_u et N_v, autre preuve d'une certaine tendance à prendre ses désirs pour la réalité de la part de candidats prêts à tout pour obtenir la formule cherchée. Dans l'ensemble cette partie III a été l'occasion d'un essai systématique de grapillage de points par des candidats en fin d'épreuve. C'est sans doute de bonne guerre mais il faut rappeler ici que les dernières parties sont souvent techniquement plus exigeantes que celles qui précèdent et de ce fait, sont moins enclines à supporter ce genre de stratégie. Beaucoup de ceux qui se sont jetés sur ces questions ont lancé des affirmations sans réfléchir (comme dans le cas de la difficile question 6b)). En résumé une partie III, de niveau sensiblement plus élevé, que très peu de candidats ont abordée de façon consistante.

Correcteurs : Carine APPARICIO, Patrick BLOCH, Daniel BOICHU, Martin CANU, Hervé CHABERT, Bernadette GERARDIN, Cécile HARDOUIN-CECCANTINI, Philippe HEUDRON, Jean-Yves LARQUE, Marie-Françoise LE DANTEC, Claude LEGRAND, Laurent MAZLIAK, Elodie MASSART, Andrée MEYER, Yves MONLIBERT, Michèle RONDEAU, Armelle VANOT.